第4章　比例と反比例

第12講・比例と反比例①　比例定数

要点整理

1　比例と反比例

(1)　比例　xにともなってyが変化し，その間の関係が$y=ax$（aは0でない定数）と表されるとき，**yはxに比例する**といい，定数aを**比例定数**という。

(2)　反比例　xにともなってyが変化し，その間の関係が$y=\frac{a}{x}$（aは0でない定数）と表されるとき，**yはxに反比例する**といい，定数aを**比例定数**という。

例題 1

次の数量の間の関係について，yをxの式で表し，yがxに比例する場合はア，yがxに反比例する場合はイ，いずれでもない場合はウの記号を書きなさい。

(1)　1個30円の品物をx個買うときの代金をy円とする。

(2)　面積が20 cm^{2}である三角形の底辺をx cm，高さをy cmとする。

(3)　上底がx cm，下底が2 cm，高さが6 cmの台形の面積をy cm^{2}とする。

(4)　200 gの薬品をいくつかに等分して袋に入れるとき，1つの袋にはいる薬品の重さをx gとし，袋の個数をy個とする。

(5)　連続した5つの整数のうち，中央の数をxとし，それら5つの整数の和をyとする。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 2

次の問いに答えなさい。

(1)　y は x に比例し，$x=3$ のとき，$y=4$ である。y を x の式で表せ。

(2)　y は x に反比例し，$x=-\frac{3}{4}$ のとき，$y=8$ である。$y=\frac{2}{5}$ のときの x の値を求めよ。

(3)　$y-1$ は $x+5$ に比例し，$x=-2$ のとき $y=10$ である。$x=3$ のとき y の値を求めよ。

例題 3

底面の半径が 4cm，高さが $3x$ cm の円すいの体積を y cm^3 とするとき，y を x の式で表しなさい。また，このとき，x の値が 25％増加すると，y の値はどうなるか，書きなさい。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問題

12－1

次の(1)～(3)のそれぞれにおいて，xの値が2倍，3倍，4倍，……となると，yの値も2倍，3倍，4倍，……となる場合はアの記号を，yの値が$\frac{1}{2}$倍，$\frac{1}{3}$倍，$\frac{1}{4}$倍，……となる場合はイの記号を，ア，イのいずれでもない場合はウの記号を書きなさい。

(1)　周の長さがx cmの正方形の面積をy cm^{2}とする。

(2)　半径がx cmの円の周の長さをy cmとする。

(3)　正多角形の辺の数をxとし，1つの外角の大きさをy°とする。

12－2

次の問いに答えなさい。

(1)　yはxに比例し，zはyに反比例している。$x=1$のとき$y=2$であり，$y=1$のとき$z=4$であるという。$x=2$のとき，zの値を求めよ。

(2)　yはxに反比例し，$x=3$のとき$y=p$であり，$x=6$のとき$y=p-1$である。このとき，pの値を求めよ。

12－3

関数$y=\frac{3}{x}$のとき，xが25%増加すると，yはa%だけ減少するという。aの値を求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第12講・確認テスト

[1]　次の ＿＿ にあてはまるものを下の①～⑥から選びなさい。ただし，番号の大きさはア＜イ，ウ＜エとします。

y が x に比例するものは [ア] と [イ] で，y が x に反比例するものは [ウ] と [エ] です。

① 面積が 48 cm^2 の長方形の縦の長さを x cm，横の長さを y cm とする。

② 毎分 150 m の速さで x 分間進んだときの道のりを y m とする。

③ ローソクに火をつけてから x 分後の残りのローソクの長さを y cm とする。

④ 長さ 8 m のリボンを x 人で等分するときの 1 人分の長さを y m とする。

⑤ 定価 x 円の品物を 20%引きで買ったときの代金を y 円とする。

⑥ 身長 x cm の人の体重を y kg とする。

[2]　次の問いに答えなさい。

(1)　y は x に比例し，$x=12$ のとき，$y=-8$ である。y を x の式で表すと，

$y=-\dfrac{\text{オ}}{\text{カ}}x$ です。

(2)　y は x に反比例し，$x=-\dfrac{6}{5}$ のとき，$y=-\dfrac{10}{3}$ である。$y=\dfrac{3}{4}$ のときの x の値は

$\dfrac{\text{キク}}{\text{ケ}}$ です。

(3)　$y+2$ は $x-2$ に比例し，$z-1$ は $y-1$ に反比例する。また，$x=3$ のとき $y=0$，$z=-2$ である。$z=4$ のときの x の値は [コ] です。

[3]　$y=\dfrac{4}{x}$ において，x の値を 20%減らすと，y の値は [サシ] %増加します。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ *Note* ＞

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第4章　比例と反比例

第12講・比例と反比例①　比例定数

例題 1

(1)　$y=30x$，ア　(2)　$y=\dfrac{40}{x}$，イ　(3)　$y=3x+6$，ウ

(4)　$y=\dfrac{200}{x}$，イ　(5)　$y=5x$，ア

解説

(5)　連続した5つの整数は，$x-2$，$x-1$，x，$x+1$，$x+2$

（すべて，差が1になっている。）

例題 2

(1)　$y=\dfrac{4}{3}x$　(2)　$x=-15$　(3)　$y=25$

解説

(2)　$y=\dfrac{a}{x}$を変形して $xy=a$ として，$x=-\dfrac{3}{4}$，$y=8$ を代入すると，

$-\dfrac{3}{4}\times 8=a$　$a=-6$

$xy=-6$ に $y=\dfrac{2}{5}$を代入して，$x=-15$

(3)　$y-1=a(x+5)$とおいて，$x=-2$，$y=10$ を代入して，$10-1=a(-2+5)$　$a=3$

よって，$y-1=3(x+5)$

例題 3

$y=16\pi x$　　y の値も 25%増加する

解説

$y=\dfrac{1}{3}\times\pi\times 4^2\times 3x$ より，$y=16\pi x$　　よって，y は x に比例する。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

12－1

(1)　**ウ**　　(2)　**ア**　　(3)　**イ**

解説

(1)　1 辺の長さは$\frac{x}{4}$cm より，$y=\left(\frac{x}{4}\right)^2=\frac{1}{16}x^2$

(3)　多角形の外角の和はつねに 360° となるから，$y \times x=360$

12－2

(1)　$\boldsymbol{z=1}$　　(2)　$\boldsymbol{p=2}$

解説

(1)　$y=2x$ かつ $yz=4$ より $x=2$ のとき，$y=4$，$z=1$

(2)　$xy=3p$ かつ $xy=6(p-1)$ より，$3p=6(p-1)$　　これを解いて，$p=2$

12－3

$\boldsymbol{a=20}$

解説

反比例では，x が m 倍されるとき y は$\frac{1}{m}$倍される。25％増加とは，$\frac{5}{4}$倍のことなので，y は$\frac{4}{5}$倍される。

$\frac{4}{5}=1-\frac{20}{100}$となるので，20％減少する。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第12講・確認テスト

［1］　次の［　　］にあてはまるものを下の①～⑥から選びなさい。ただし，番号の大きさはア＜イ，ウ＜エとします。

yがxに比例するものは［ア］と［イ］で，yがxに反比例するものは［ウ］と［エ］です。

① 面積が 48 cm^2 の長方形の縦の長さを x cm，横の長さを y cm とする。

② 毎分 150 m の速さで x 分間進んだときの道のりを y m とする。

③ ローソクに火をつけてから x 分後の残りのローソクの長さを y cm とする。

④ 長さ 8 m のリボンを x 人で等分するときの 1 人分の長さを y m とする。

⑤ 定価 x 円の品物を 20%引きで買ったときの代金を y 円とする。

⑥ 身長 x cm の人の体重を y kg とする。

［2］　次の問いに答えなさい。

(1) yはxに比例し，$x=12$ のとき，$y=-8$ である。yをxの式で表すと，

$y=-\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}x$ です。

(2) yはxに反比例し，$x=-\dfrac{6}{5}$ のとき，$y=-\dfrac{10}{3}$ である。$y=\dfrac{3}{4}$ のときのxの値は

$\dfrac{\boxed{キク}}{\boxed{ケ}}$ です。

(3) $y+2$ は $x-2$ に比例し，$z-1$ は $y-1$ に反比例する。また，$x=3$ のとき $y=0$，$z=-2$ である。$z=4$ のときのxの値は［コ］です。

［3］　$y=\dfrac{4}{x}$ において，xの値を 20%減らすと，yの値は［サシ］%増加します。

解答

［1］　ア　②　　イ　⑤　　ウ　①　　エ　④

［2］　オ　2　　カ　3　　キ　1　　ク　6　　ケ　3　　コ　4

［3］　サ　2　　シ　5

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

解説

[2]　(3)　$y+2=a(x-2)$として，$x=3$，$y=0$を代入すると，$0+2=a\times(3-2)$　$a=2$

また，$z-1=\frac{b}{y-1}$を変形して，$(z-1)(y-1)=b$とし，$y=0$，$z=-2$を代入すると，$(-3)\times(-1)=b$　$b=3$

$(z-1)(y-1)=3$に$z=4$を代入すると，$3(y-1)=3$　$y=2$

$y+2=2(x-2)$に$y=2$を代入すると，$2+2=2(x-2)$　$x=4$

[3]　反比例では，xがm倍されるときyは$\frac{1}{m}$倍される。20％減少とは，$\frac{4}{5}$倍のことなので，yは$\frac{5}{4}$倍される。$\frac{5}{4}=1+\frac{25}{100}$なので，25％増加する。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。